

В.П. Надутый, д-р техн. наук,  
Е.С. Лапшин, д-р техн. наук  
(ИГТМ НАН Украины)

## АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГРОХОЧЕНИЯ

На основі теорії помилок розроблено метод розрахунку погрішності визначення ефективності просівання. Виконано аналіз впливу погрішностей зважування проб і змістів розрахункового класу в продуктах поділу на визначення погрішності ефективності

## THE ASSAYING OF A LAPSE OF DEFINITION OF A SCREENING EFFICIENCY

On the basis of error analysis the method of calculation of a lapse of definition of a screening efficiency is developed. It is analyzed agency of lapses of weighting of samples and contents of the calculated class-room in products of separation on definition of a lapse of efficiency

При добыче и переработке минерального сырья от процесса разделения по крупности, которое производят на грохотах, зависит качество, себестоимость продукции, энергозатраты и загрязнение окружающей среды. Совершенство процесса грохочения характеризуют эффективностью по нижнему классу – отношению массы этого класса в подрешетном продукте к массе того же класса в исходном продукте. Это отношение равно разности между извлечением в него нижнего класса в подрешетный продукт и извлечением в него верхнего класса. Эффективность вычисляют по формуле [1–3]

$$E = \frac{(\beta - \alpha)(\alpha - \vartheta)10^4}{\alpha(100 - \alpha)(\beta - \vartheta)}, \quad (1)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\vartheta$  – содержания нижнего класса в исходном, подрешетном и надрешетном продукте. Все величины, относящиеся к исходному продукту, будем записывать с индексом  $\alpha$ , а к подрешетному и надрешетному с индексами  $\beta$  и  $\vartheta$ . Для определения содержаний отбирают пробы исходного материала, надрешетного и подрешетных продуктов и подвергают их рассеву на контрольных ситах и вычисляют

$$\alpha = \frac{m_\alpha 10^2}{M_\alpha}; \quad \beta = \frac{m_\beta 10^2}{M_\beta}; \quad \vartheta = \frac{m_\vartheta 10^2}{M_\vartheta}, \quad (2)$$

где  $m_\alpha$ ,  $m_\beta$ ,  $m_\vartheta$  – массы нижнего класса в пробах соответствующих продуктов;  $M_\alpha$ ,  $M_\beta$ ,  $M_\vartheta$  – массы проб.

В большинстве случаев нижним считают весь класс мельче размера отверстий просеивающей поверхности. При  $\beta = 100\%$  формула (1) принимает вид [1–3]

$$E = \frac{(\alpha - \vartheta)10^4}{\alpha(100 - \vartheta)}. \quad (3)$$

Таким образом, эффективность определяется косвенно по результатам взвешивания масс  $m_\alpha$ ,  $m_\beta$ ,  $m_\vartheta$ ,  $M_\alpha$ ,  $M_\beta$ ,  $M_\vartheta$ . Возникает вопрос как погрешность взвешивания влияет на погрешность определения эффективности? Безосновательно принимают для всего интервала изменений содержания нижнего класса в исходном продукте – относительная погрешность эффективности не превосходит относительную погрешность взвешивания масс. Однако на практике подобное предположение очень часто себя не оправдывает, что приводит к разногласиям в оценке работы грохота. В этой связи цель работы – выявить влияние погрешностей взвешивания проб на определение эффективности грохочения.

Из литературы известно [4, 5], что если значение  $y$  есть функция от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые измерены с погрешностями  $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n$ , то погрешность определения  $\delta y$  вычисляется по зависимости

$$\delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \right| \delta x_n, \quad (4)$$

где прямые скобки означают модуль. Условимся  $\left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \right|$  называть функцией влияния погрешности  $\delta x_n$  на  $\delta y$ .

Будем считать, что  $M_\alpha = M_\vartheta = M$ . Подставляя (2) в (3) и дифференцируя по  $M$ ,  $m_\alpha$  и  $m_\vartheta$ , а затем, переходя к  $\alpha$  и  $\vartheta$ , получим

$$\left| \frac{dE}{dM} \right| = \left| \frac{\vartheta(\alpha - \vartheta)10^2}{\alpha(\vartheta - 10^2)^2} \right|, \quad \left| \frac{dE}{dm_\alpha} \right| = \left| \frac{\vartheta 10^4}{\alpha^2(\vartheta - 10^2)} \right|, \quad \left| \frac{dE}{dm_\vartheta} \right| = \left| \frac{(\alpha - 10^2)10^4}{\alpha(\vartheta - 10^2)^2} \right|. \quad (5)$$

Массы  $M$ ,  $m_\alpha$  и  $m_\vartheta$  определяются с погрешностями  $\delta_M$ ,  $\delta_\alpha$  и  $\delta_\vartheta$ , которые выражаются через относительные погрешности  $\delta_M^*$ ,  $\delta_\alpha^*$  и  $\delta_\vartheta^*$  так:

$$\delta_M = \delta_M^* M / 10^2, \quad \delta_\alpha = \delta_\alpha^* m_\alpha / 10^2, \quad \delta_\vartheta = \delta_\vartheta^* m_\vartheta / 10^2. \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) формула (4) преобразуется к виду

$$\delta_E = \left| \frac{\mathcal{G}(\alpha - \mathcal{G})10^2}{\alpha(\mathcal{G} - 10^2)^2} \right| \delta_M^* + \left| \frac{\mathcal{G}10^4}{\alpha^2(\mathcal{G} - 10^2)} \right| \delta_\alpha^* + \left| \frac{(\alpha - 10^2)10^4}{\alpha(\mathcal{G} - 10^2)^2} \right| \delta_\mathcal{G}^* . \quad (7)$$

Проанализируем влияние  $\alpha$  и  $\mathcal{G}$  на погрешность определения эффективности. При расчете необходимо учитывать тот факт, что в результате грохочения содержание нижнего класса уменьшается, поэтому в формулах (1–7) значение  $\mathcal{G}$  должно быть меньше  $\alpha$ . Если строить зависимости в декартовых координатах, то это условие будет нарушаться. Поэтому будем считать, что эффективность известна и для задаваемого значения  $\alpha$  будем определять соответствующее значение  $\mathcal{G}$ . Из выражения (3) следует

$$\mathcal{G} = \frac{\alpha(E - 10^2)10^2}{\alpha E - 10^4} . \quad (8)$$

Подстановка (8) в зависимость (7) дает

$$\delta_E = \left| \frac{\alpha E(E - 10^2)}{(\alpha - 10^2)10^4} \right| \delta_M^* + \left| \frac{(E - 10^2)10^2}{\alpha(\alpha - 10^2)} \right| \delta_\alpha^* + \left| \frac{(\alpha E - 10^4)^2}{\alpha(\alpha - 10^2)^2 10^4} \right| \delta_\mathcal{G}^* . \quad (9)$$

Разделив  $\delta_E$  на  $E$ , получим относительную погрешность определения эффективности грохочения

$$\delta_E^* = \frac{\delta_E 10^2}{E} . \quad (10)$$

Функции влияния в выражении (9) обозначим через  $F_M$ ,  $F_\alpha$  и  $F_\mathcal{G}$ , а их сумму –  $F_\Sigma$ . На рис. 1 изображена их зависимость от содержания нижнего класса в исходном продукте при различных эффективностях грохочения. Во всем интервале изменений  $\alpha$  большему значению эффективности соответствуют меньшие значения функций влияний. С увеличением  $\alpha$  функция  $F_M$  монотонно возрастает.

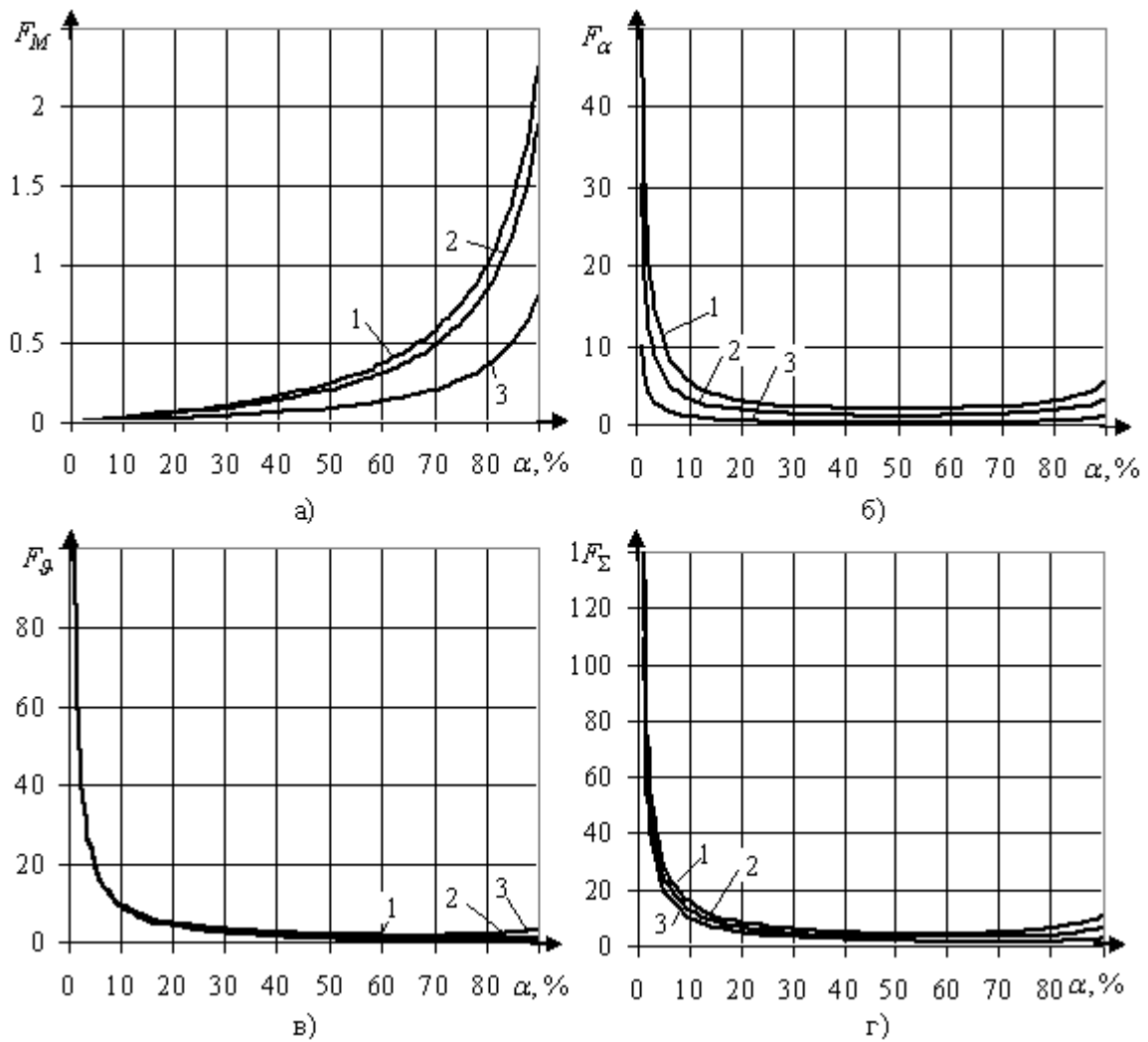


Рис.1 – Зависимости функций влияния от содержания и эффективности  
а) –  $F_M$ ; б) –  $F_\alpha$ ; в) –  $F_g$ ; г) –  $F_\Sigma$ ;  
1, 2 и 3 –  $E = 50, 70 \text{ и } 90\%$

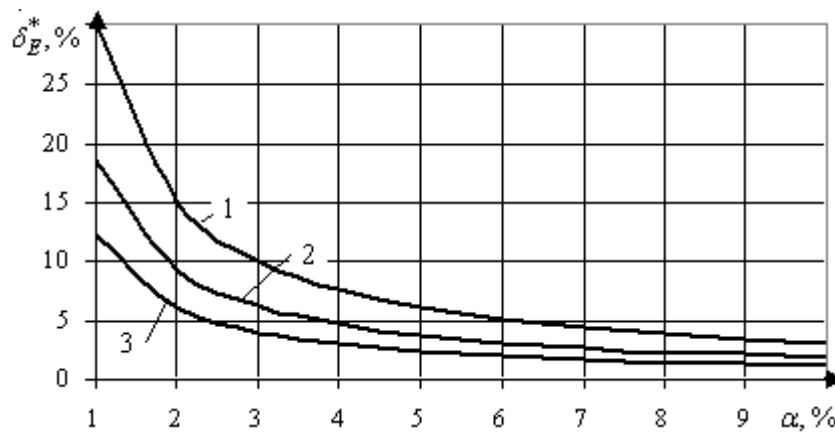


Рис.2 – Относительная погрешность измерения эффективности грохочения при  $\delta^* = 0,1\%$   
1, 2 и 3 –  $E = 50, 70 \text{ и } 90\%$

В изменениях функций  $F_\alpha$ ,  $F_g$  и  $F_\Sigma$  важно обратить внимание на существенное их увеличение при содержаниях меньших 10%. Наибольшие значения имеет функция влияния  $F_g$ . Например, если  $\alpha = 5\%$  и  $E = 70\%$ , то имеем

$F_M = 0,011$ ,  $F_\alpha = 6,3$ ,  $F_g = 19,6$ . Отсюда следует, что при взвешивании, в первую очередь, необходимо стремиться к уменьшению погрешности  $\delta_g^*$ , хотя на практике, как правило, имеет место, когда  $\delta_M^* = \delta_\alpha^* = \delta_g^*$ . Эту погрешность обозначим через  $\delta^*$ .

В интервале изменений содержания от 30 до 70 %, когда значение суммарной функции влияния практически стабилизируется, то относительная погрешность  $\delta_E^*$  по сравнению с  $\delta^*$  увеличивается от 1,5 до 5 раз (см. рис.1 г)). В интервале же значений содержания  $\alpha$  меньше 10 % относительная погрешность уже возрастает в несколько десятков раз.

На рис. 2 показано изменение относительной погрешности определения эффективности при различном содержании  $\alpha$  и эффективности при относительной погрешности взвешивания  $\delta^* = 0,1$  %. Для случаев, когда относительная погрешность взвешиваний отличается от 0,1 %, то значения, определенные по графику следует умножить на  $\delta^* / 0,1$ . На графике видно, что при  $\alpha = 1$  % имеем  $\delta_E^*(E, \delta) = \delta_E^*(90, 0.1) = 12,1\%$ ,  $\delta_E^*(70, 0.1) = 18,6\%$ ,  $\delta_E^*(50, 0.1) = 30,1\%$ .

Из приведенных результатов следует, что наибольшая погрешность в определении эффективности грохочения – при содержании нижнего класса в исходном продукте менее 5 %. Поэтому в этих условиях необходимо самым тщательным образом подходить к вопросу обеспечения рациональной точности взвешивания проб.

Таким образом, зависимости (5–10) позволяют рассчитать погрешность определения эффективности грохочения в зависимости от погрешностей взвешивания проб исходного сырья и продуктов разделения. Установлено влияние на погрешность эффективности содержаний нижнего класса в исходном, а также в надрешетном и подрешетном продуктах.

Полученные зависимости могут быть применены при контроле работы грохотов и при обосновании требуемого класса точности весов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев, С.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых [Текст] / С.Е. Андреев, В.А. Перов, В.В. Зверевич. – М.: Недра, 1980. – 415 с.
2. Серго, Е.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых [Текст] / Е.Е. Серго. – М.: Недра, 1985. – 285 с.
3. Бедрань, Н.Г. Машины для обогащения полезных ископаемых [Текст] / Н.Г. Бедрань. – К.: Вища школа, 1980. – 416 с.
4. Тейлор, Д. Введение в теорию ошибок [Текст] / Д. Тейлор. – М.: Мир, 1985. – 272 с.
5. Зайдель, А.Н. Ошибки измерений физических величин [Текст] / А.Н. Зайдель. – СПб.: Лань, 2005. – 107 с.